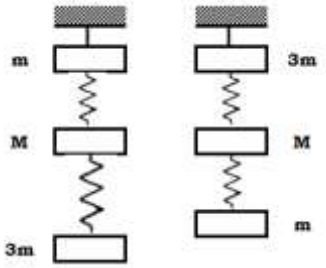
Вказівки та розв'язки завдання ІІ (районного) етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики 2018-2019 н.р.

10 клас

1. Система з трьох вантажів масами m, M і $3m$, скріплена двома легкими пружинами жорсткістю $k = 56\,\frac{\text{Н}}{\text{м}}$ кожна, підвішується один раз за вантаж m, а другий раз - за вантаж $3m$. У першому випадку довжина системи виявилася на $14\,см$ більшою, ніж у другому. Знайти значення m.



Розв'язання

Позначимо.

Δx_1, Δx_2 - видовження верхньої та нижньої пружин відповідно в першому випадку.

Δx_3, Δx_4 - видовження верхньої та нижньої пружин відповідно в другому випадку.

$L = 14\,см = 0{,}14\,м$

$$\Delta x_1 = \frac{F_1}{k} \qquad F_1 = (M + 3m)g$$

$$\Delta x_2 = \frac{F_2}{k} \qquad F_2 = 3mg$$

$$\Delta x_3 = \frac{F_3}{k} \qquad F_3 = (M + m)g$$

$$\Delta x_4 = \frac{F_4}{k} \qquad F_4 = mg$$

Згідно умови

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 - L = \Delta x_3 + \Delta x_4$$

Маємо

$$\frac{(M + 3m)g}{k} + \frac{3mg}{k} - L = \frac{(M + m)g}{k} + \frac{mg}{k}$$

$$(M + 3m)g + 3mg - Lk = (M + m)g + mg$$

$$m = \frac{Lk}{4g} \qquad m = 0{,}196\,кг$$

$$m = 196\,г$$

Відповідь: $m = 196\,г$

2. Два м'ячі кинули одночасно назустріч один одному уздовж однієї вертикальної прямої з однаковими швидкостями: один вертикально вгору з поверхні землі, інший вертикально вниз з висоти H. Знайти ці швидкості, якщо відомо, що до моменту "зустрічі" м'ячів один з них пролетів шлях $\frac{1}{3}H$. Опором повітря знехтувати.

Розв'язання

М'яч з поверхні землі рухається рівносповільнено, інший – рівноприскорено.

М’яч, який кинули з поверхні пройде шлях $\frac{1}{3}H$.

Вертикальна координатна вісь, напрямок вгору, нуль на поверхні землі.
Для м’яча, який летить вгору

$$y = \upsilon_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

Для м’яча, який летить вниз

$$y = H - \upsilon_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

В момент зустрічі шляхи різні, але координата однакова $y = \frac{1}{3}H$

Маємо

$$\upsilon_0 t - \frac{gt^2}{2} = \frac{1}{3}H$$

$$H - \upsilon_0 t - \frac{gt^2}{2} = \frac{1}{3}H$$

Додаємо рівняння

$$H - gt^2 = \frac{2}{3}H \qquad gt^2 = \frac{1}{3}H \qquad t = \sqrt{\frac{H}{3g}}$$

З першого рівняння

$$\upsilon_0 t - \frac{1}{6}H = \frac{1}{3}H \qquad \upsilon_0 = \frac{H}{2t} = \frac{1}{2}\sqrt{3gH}$$

$$\upsilon_0 = \frac{1}{2}\sqrt{3gH}$$

Відповідь: $\upsilon_0 = \frac{1}{2}\sqrt{3gH}$

3. В замкнутому колі при зменшенні зовнішнього опору на $\eta_1 = 20\%$ струм збільшився на $\eta_2 = 20\%$. На скільки відсотків η_4 збільшився б струм, якби зовнішній опір зменшили на $\eta_3 = 40\%$?

Розв'язання

Позначимо $\eta = \frac{\eta_4}{100}$

До змін

$$\mathcal{E} = I(r + R)$$

Коли зменшили зовнішній опір на $\eta_1 = 20\%$, а струм збільшився на $\eta_2 = 20\%$

$R_1 = 0{,}8R$, $I_1 = 1{,}2I$

$$\mathcal{E} = I_1(r + R_1) = 1{,}2I(r + 0{,}8R)$$

Тобто

$$I(r + R) = 1{,}2I(r + 0{,}8R) \qquad (r + R) = 1{,}2(r + 0{,}8R) \qquad 0{,}2R = r$$

$$R = 5r$$

Коли зменшити зовнішній опір на $\eta_3 = 40\%$, а струм збільшиться на η_4

$R_2 = 0{,}6R$, $I_2 = (1 + \eta)I$

$$\mathcal{E} = I_2(r + R_2) = (1 + \eta)I(r + 0{,}6R)$$

Маємо

$$I(r + R) = (1 + \eta)I(r + 0{,}6R) \qquad (r + R) = (1 + \eta)(r + 0{,}6R)$$

Враховуючи $R = 5r$

$$1+\eta=\frac{r+R}{r+0{,}6R}=1{,}5 \qquad \eta=0{,}5$$

$$\eta_4=50\%$$

Відповідь: $\eta_4=50\%$

4. Шматок льоду прив'язаний ниткою до дна циліндричної посудини з водою. Над поверхнею води знаходиться деякий об'єм льоду. Нитка натягнута з силою $T=1H$. На скільки і як зміниться рівень води в посудині, якщо лід розтане? Площа дна посудини $S=400\,см^2$, густина води $\rho=1\frac{г}{см^3}$.

Розв'язання

Позначимо H_1 - початкова висота води в посудині, H_2 - кінцева висота води, m - маса всього вмісту в посудині, P_0 - атмосферний тиск.

До того, як лід розтане на вміст посудини діє вниз сила тяжіння mg, сила натягу T, сила атмосферного повітря P_0S. Вверх діяла сила зі сторони дна, яка дорівнює $P_0+\rho gH_1 S$.

Умови рівноваги вмісту до і після того, як лід розтане

$$P_0+\rho gH_1 S=mg+T+P_0S$$

$$P_0+\rho gH_2 S=mg+P_0S$$

Віднімаємо з другого рівняння перше

$$H_2-H_1 S\rho g=-T \qquad H_2-H_1=\frac{-T}{S\rho g}$$

$$H_2-H_1=\frac{-T}{S\rho g} \qquad H_2-H_1=-2{,}5\cdot10^{-3}\,м=-2{,}5\,мм$$

Тобто рівень знизиться на $2{,}5\,мм$

Відповідь: знизиться на $2{,}5\,мм$

5. Частинка маси $m_1=2\,г$, яка рухалася зі швидкістю $\upsilon_1=3\bar{i}$, зазнала абсолютно непружне зіткнення з іншою частинкою, маса якої $m_2=4\,г$ і швидкість $\upsilon_2=6\bar{i}+3\bar{j}$. Знайти швидкість $\bar{\upsilon}$ та модуль швидкості частинки, яка утворилася внаслідок зіткнення,. Проекції векторів υ_1 і υ_2 задані в системі СІ.

Розв'язання

Закон збереження імпульсу

$$m_1\bar{\upsilon}_1+m_2\bar{\upsilon}_2=(m_1+m_2)\bar{\upsilon}$$

$$\bar{\upsilon}=\frac{m_1\bar{\upsilon}_1+m_2\bar{\upsilon}_2}{m_1+m_2}$$

$$\bar{\upsilon}=\frac{3m_1\bar{i}+6m_2\bar{i}+3m_2\bar{j}}{m_1+m_2}=\frac{(3m_1+6m_2)\bar{i}+3m_2\bar{j}}{m_1+m_2}=5\bar{i}+2\bar{j}$$

$$\bar{\upsilon}=5\bar{i}+2\bar{j}$$

$$|\bar{\upsilon}|=\sqrt{25+4}\approx5{,}4\,\frac{м}{с}$$

Відповідь: $\bar{\upsilon}=5\bar{i}+2\bar{j}$; $|\bar{\upsilon}|\approx5{,}4\,\frac{м}{с}$